

원통 형상의 물체에서의 이성분 합금의 냉각코팅 (Freeze Coating of a Cylindrical Object with a Binary Alloy)

남진현* (서울대 대학원), 홍희기 (경희대 기계공학과), 김찬중 (서울대 기계공학과)

Jin Hyun Nam (Graduate School, Seoul Nat'l Univ.), Hiki Hong (Kyung Hee Univ.), and Charn-Jung Kim (Seoul Nat'l Univ.)

Key Words : freeze coating, binary alloy, solidification, analytic solution

ABSTRACT : An analytic solution of the freeze coating of a cylindrical object with a binary alloy was obtained by modeling the object as a line heat sink. In the freeze coating with a binary alloy, there exists an extended region, where phase change occurs, instead of a sharp planar phase interface in the freeze coating of a pure substance. In this region, which is called mushy region, the solid and the liquid phase coexist in geometrically complicated manner. Therefore a mushy model, which can properly treat the mushy region, was adopted in the present analysis. The effect of convection in the liquid region was also considered in the present analysis. The system of governing equations and boundary conditions, which was derived from conservation equations, was analyzed through similarity transformation and numerical integration. The effect of various processing parameters on the growth rate of the freeze coating is presented.

1. 서론

액상의 물질이 그 물질의 융점보다 낮은 온도의 표면과 접촉하게 되면 상변화에 의해 표면으로부터 고상이 성장한다. 냉각코팅이란 냉각된 물체를 용탕 속으로 통과시켜 물리적 특성이 뛰어난 다른 물질을 물체의 표면에 고착시키는 공정을 일컫는다. 냉각코팅의 가장 전형적인 응용에는 도선이나 금속판의 전기 절연 코팅에서 찾을 수 있다. 이 공정에서 고분자 절연물질이 냉각코팅 공정에 의하여 도체의 표면에 고착된다. 냉각코팅은 이외에도 다양한 분야에서 적용되고 있으며, 금속 표면의 내부식, 내마모 코팅, 박막주조공정, 반도체 결정성장 등이 대표적인 적용예이다.

냉각코팅 공정은 전선의 냉각코팅에 해당하는 Fig.1을 통하여 쉽게 이해될 수 있다. 코팅될 물체는 일정한 속도로 용탕을 통과하게 되는데, 이때 물체의 온도는 용탕으로 투입되기 전에 용융점 보다 낮은 온도로 유지된다. 입구를 통하여 물체가 투입된 후 액상의 물질이 찬 표면과 접촉하면, 표면으로부터 고상층이 성장하고 용탕을 벗어나면서 성장이 멈춘다.

순수물질의 상변화시 과냉이 존재하지 않는다면 상경계는 매끈한 면의 형태를 가지게 된다. 또한 표면의 온도가 일정하게 유지된다면 냉각코팅의 두께는 계속적으로 증가하여 결국 정상상태 두께에 도달하게 된다. Kuiken⁽¹⁾은 평판의 냉각코팅에 대한 연구를 통하여 금속과 고분자 물질에 대응하는, Prandtl 수가 매우 큰 경우와 작은 경우의 접근해를 제시하였다. Levy et al.⁽²⁾은 섬유 코팅에 대한 실험과 수치해석을 통하여 코팅의 두께가 냉각코팅 외에도 점성의 영향을 크게 받으며, 섬유의 이동속도가 커지는 경우 점성의 역할이 중요해진다는 결론을 얻었다. Seeniraj와 Bose⁽³⁾는 용탕의 온도를 융점으로 가정하여 고분자 물질의 냉각코팅에 대한 해석을 수행하였으며, 그 결과 원통 및 평판의 냉각코팅에 대한 완결

된 형태(closed-form)의 해석해를 얻었다.

이상의 연구와 달리 만약 물체 내부에 열을 흡수하는 기구가 없다면, 다시말해 표면의 온도가 일정하게 유지되지 않는다면 고상은 계속적으로 성장하는 대신에 성장과 재용융에 의한 소멸을 겪게 된다. 능동적인 온도제어가 존재하지 않는 냉각코팅 공정들이 이 경우에 해당하며 물체내부의 온도변화에 대한 고려가 요구된다. Cheung⁽⁴⁾은 섭동방법(perturbation method)을 이용하여 비등온 평판의 냉각코팅 과정을 해석하였다. 그는 대류 열전달 조건을 이용하여 액상을 해석에서 제외하고, 또 물체내부의 온도가 축방향으로만 변화한다고 가정하여 문제를 단순화 하였다. 이러한 해석에서 고상의 성장과 재용융에 의한 소멸이라는 등온의 경우와는 다른 결과가 얻어졌다. Cheung과 Cha⁽⁵⁾는 앞서의 Cheung⁽⁴⁾의 연구에서 무시되었던 반경방향의 온도변화까지 고려하여 원통형상의 물체의 냉각코팅에 대한 수치적 연구를 수행하였다. 해석결과는 Cheung⁽⁴⁾과 거의 동일한 경향을 보여주었다.

현재에 사용되는 대부분의 합금과 고분자 물질은 머시(mushy) 물질이다. 머시 물질이란 상변화시 순수물질의 평면적인 상경계 대신에 상변화가 일어나는 확장된 영역이 존재하는 물질을 말한다. 이 영역은 흔히 머시 영역이라 불리는데, 이 영역의 내부에는 액상과 고상이 기하학적으로 매우 복잡한 방식으로 공존한다. 근래에 냉각코팅 공정의 정확한 예측을 위하여 머시 물질의 모델링에 대한 관심이 증가하고 있다. Poulikakos⁽⁶⁾는 이성분 합금을 가지고 열싱크(line heat sink)로부터의 고상의 성장을 해석적으로 연구하였다. 그의 해석에는, 온도로부터 액상분을 결정하고 액상과 고상의 물성으로부터 머시의 물성을 가중평균으로 구하는 머시 모델이 사용되었다. Stevens와 Poulikakos⁽⁷⁾는 Poulikakos⁽⁶⁾의 해석과 동일한 머시 모델을 사용하여 평판에서의 합금 물질의 냉각코

팅에 대한 연구를 수행하였다. 그들의 해석에는 액상에서의 대류의 효과와 평판내의 온도 변화가 고려되었으며, 냉각코팅의 성장률에 대한 다양한 공정변수와 물성의 영향이 제시되었다.

이제까지의 연구경향을 살펴보면, 주로 순수물질의 냉각코팅에 관한 해석이 주류를 이루었다. 머시 물질에 대한 연구들이 비교적 근래에 수행되었으나 이 연구들도 평판 형상에 국한되어 수행되었다. 그러나 전술한 바와 같이 산업공정의 많은 부분은 와이어 형태, 즉 원통 형상을 지니므로 이러한 기하형상에 대한 연구가 요구되고 있다. 따라서, 본 연구는 원통 형상에 대하여 머시 물질의 냉각코팅을 해석하고 여러 공정조건에 영향을 밝히고자 한다.

2. 해석

2.1 문제설정 및 해석모델

Rezaian과 Poulikakos⁽⁸⁾는 냉각코팅 공정에서 유동의 간섭을 최소화하는 형상을 제안하였다. 즉, Fig.1과 같이 용융물이 코팅될 표면과 평행하게 진행되는 경우에 물결(rippling)이나 후류(backflow) 등의 유동 간섭이 최소화된다. 따라서 본 연구는 Fig.1의 공정 형상에 기초하여 냉각코팅을 해석한다.

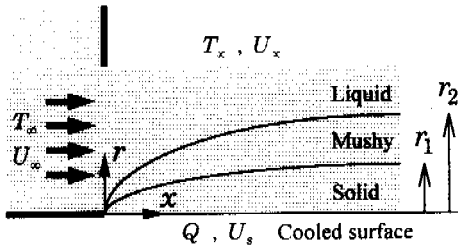


Fig. 1 The schematic of the freeze coating process considered in this study

그림에서 용융물은 용탕으로 유입되어 물체와 동일한 방향으로 흐르고, 고상의 코팅층은 표면으로부터 액상쪽으로 성장하게 된다. 이때 합금의 냉각코팅에서는 순수물질의 경우와는 다르게 고상-머시와 액상-머시의 두개의 상경계가 존재하게 되고, 두 상경계 사이에 머시라는 물리적으로 새로운 영역이 나타나게 된다. 따라서 합금의 냉각코팅을 해석하기 위해서는 머시 영역을 적절히 처리할 수 있는 모델을 사용하는 것이 필수적이다. 따라서 본 연구에서는 Stevens와 Poulikakos⁽⁷⁾가 사용한 머시 모델을 채택하여 해석을 수행하였다. 다음은 본 연구에서 사용한 머시 모델과 기타 가정들을 정리한 것이다.

- 코팅될 물체는 원통 형상의 선 열싱크(line heat sink)이다. 이 가정은 물체가 무한히 작고 열은 해석영역으로부터 항상 일정하게 빠져나감을 의미한다.

- 상경계의 형상은 비교적 평평하다. 이것은 코팅의 두께가 축방향 길이에 비해 매우 작기 때문에 적절한 가정이다. 이렇게 상경계의 형태가 평평한 경우, 액상에서의 속도와 온도 분포는 경계층 형태

(boundary layer type)를 가진다.

- 머시 영역의 열전달은 순수한 열전도 현상이다. 이에 관하여서는 많은 연구자들이 머시 물질에 대한 실험적 연구를 통하여 긍정적인 증거들을 제시하였다. 따라서 머시 영역은 물체와 동일한 속도로 이동하는 것으로 가정하였다.

- 열확산이 종확산보다 빠르므로 상변화는 열전달에 의해 지배된다. 합금의 경우 열확산 계수가 종확산 계수보다 매우 크므로 적절한 가정이다.

- 국소적인 열적 평형상태가 머시 영역 내에 존재한다. 이 가정에 의하여 액상분율(χ)은 Fig.2에 보여진 상평형도를 이용하여 온도만의 함수로 표현된다.

- 액상과 고상의 물성은 각 상에서 일정하고 상변화 과정중의 체적변화는 무시한다. 또한 머시의 물성은 고상과 액상의 물성을 액상분율로 가중 평균한 값으로 취한다. 이 가정은 머시물질의 상변화의 해석에서 흔히 사용되는 가정이다.

이러한 가정을 기초로 각 영역에 대한 질량, 운동량, 에너지 보존 방정식이 유도되었다.

2.2 지배방정식과 경계조건

합금의 냉각코팅에는 세 개의 물리적으로 상이한 영역이 나타나며, 각각 액상과 머시, 고상영역이 그것이다. 각각의 영역은 그 특징에 따라서 서로 다른 보존식이 필요하게 된다. 대류가 존재하는 액상 영역의 경우 질량, 운동량, 에너지에 대한 세개의 보존방정식이 필요하게 된다. 그러나 고상과 머시 영역의 해석은 앞에서 언급한 가정들에 의해 에너지 보존식만으로도 충분하다. 각 영역에 대한 지배방정식과 경계조건을 무차원화하여 아래에 정리하였다.

- 액상 영역

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial u}{\partial r} \right] \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{Pr} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (3)$$

$$r \rightarrow \infty : T \rightarrow 0, u \rightarrow U_\infty / U_s \quad (4)$$

$$r = r_2 : u = 1, v = 0, T_m = T - \theta = -R, \quad (5)$$

$$\left[\chi + (1 - \chi) \frac{1}{F} \right] \frac{\partial T_m}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r}$$

- 머시 영역

$$\text{Pr} A \left[(B - 1)\chi + 1 \right] \frac{\partial T_m}{\partial x} = \quad (6)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\left[(F - 1)\chi + 1 \right] r \frac{\partial T_m}{\partial r} \right] + G \text{Pr} A \frac{\partial \chi}{\partial x}$$

$$r = r_1 : T_m = 1, T_s = 0, \quad (7)$$

$$N \frac{\partial T_s}{\partial r} + \left[(F - 1)\chi + 1 \right] \frac{\partial T_m}{\partial r} = \text{Pr} A G \chi \frac{dr_1}{dx}$$

- 고상 영역

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right] - \text{Pr} A \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial T_s}{\partial r} = \frac{1}{2\pi} \quad (9)$$

액상 영역의 질량 및 운동량 보존식은 상경계가 비교적 평탄하다는 가정에 의해 (1)과 (2)와 같이 경계층 유동의 형태로 표현되며, 경계조건으로는 액상-머시 상경계(r_2)에서의 접촉조건과 무한 원점($r \rightarrow \infty$)에서의 자유유동 조건이 주어진다. 여기서 r_1 과 r_2 는 각각 무차원화된 고상-머시와 액상-머시 상경계의 위치를 의미한다. 이때 액상-머시 상경계에서의 수직 방향 속도성분(v)의 경계조건은 질량보존을 만족시키도록 0으로 고정되었다(5). 액상 영역의 에너지 보존식은 대류와 확산의 표준형(3)으로 표현되며, 액상-머시 상경계에서의 온도와 열유속의 연속조건과 무한 원점의 자유유동 조건이 경계조건이 된다.

머시 영역의 에너지 보존식(6)은 머시 온도와 액상 분을 만으로 표현되었는데, 이는 다음의 (10)을 이용하여 머시의 물성($k_m, \rho_m C_{pm}$)을 액상과 고상의 물성으로 치환하여 정리하였기 때문이다. 여기서 하첨자 s 는 고상을, 하첨자 m 은 머시를 의미하며 첨자가 없는 물성은 액상의 물성을 의미한다.

$$k_m = kx + (1-x)k_s, \quad \rho_m C_{pm} = \rho C_p x + (1-x)\rho_s C_{ps} \quad (10)$$

$$\chi = \frac{C_\infty}{C_m} = \frac{M}{T_m}, \quad M = -\frac{\gamma C_\infty}{T_r - T_e} \quad (11)$$

본 연구에서 사용한 머시 모델은 상평형도를 이용하여 액상분율을 온도로부터 바로 결정하는 방식을 취한다. 따라서 해석을 위하여 본 연구에는 Fig.2⁽⁹⁾에 제시된 hypoeutectic system에서의 일반적인 이성분 합금의 상평형도가 사용되었다. Fig.2의 상평형도에서 머시 영역은 일정한 기울기(γ)를 가지는 액상선과 좌표축과 일치하는 고상선 사이에 위치한다. 비록 고상선과 액상선이 간단한 직선으로 가정되었지만, Fig.2의 상평형도는 다양한 합금 물질에 대하여 만족할만한 근사임이 알려져 있다. 따라서 액상분율은 무차원 머시 온도(T_m)와 (11)의 관계를 가진다. 여기서 M 은 액상선의 무차원 기울기를 의미하며 (11)에 정의되어 있다.

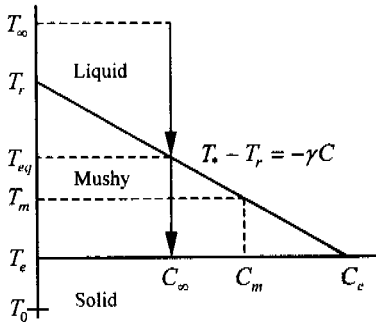


Fig. 2 The equilibrium phase diagram used in this study

머시 영역의 에너지 보존식(6)의 마지막 항은 잠열 생성항으로 상변화에 의한 열의 흡수 및 방출을 나타낸다. 머시 영역의 경계조건으로는 액상-머시 상경계(r_2)에서 온도와 열유속의 연속조건과, 고상-머시 상

경계(r_1)에서 온도의 연속조건과 공용 온도에서의 상변화에 기인하는 열유속의 불연속 조건(7)이 주어진다.

고상 영역의 에너지 보존식을 (8)에서 정리하였다. 코팅된 물체를 선 열성으로 모델링하였기 때문에, 원통 형상의 물체 표면에 해당하는 $r=0$ 에서의 일정 열유속 조건이 경계조건으로 주어진다.

다음의 (12)와 (13)에서 지배방정식과 경계조건의 무차원화에 사용된 무차원 변수와 무차원수들을 정리하였다. 아래에서 별표(*)는 차원을 가진 값을 의미한다.

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad r = \frac{r^*}{LRe_L^{1/2}}, \quad u = \frac{u^*}{U_s}, \quad v = \frac{v^*}{U_s Re_L^{1/2}}, \quad (12)$$

$$T = \frac{T_s - T_\infty}{T_e - T_r}, \quad T_m = \frac{T_m^* - T_r}{T_e - T_r}, \quad T_s = \frac{T_s^* - T_e}{Q/k_s}$$

$$Re_L = \frac{U_s L}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad A = \frac{\alpha}{a_s},$$

$$R = \frac{T_\infty - T_r}{T_r - T_e}, \quad \Theta = \frac{T_\infty - T_r}{T_r - T_e}, \quad N = \frac{Q/k_s}{T_r - T_e}, \quad (13)$$

$$F = \frac{k}{k_s}, \quad G = \frac{H}{C_m(T_r - T_e)}, \quad B = \frac{\rho C_p}{\rho_s C_{ps}}$$

2.3 상사변환

전 절에서 유도된 지배방정식과 경계조건은 적절한 상사변수를 도입하여 상미분 방정식으로 변환할 수 있다. 질량보존을 자동으로 만족시키는 유선함수(ψ)를 도입하여 속도성분을 치환하고, 액상분율(χ)을 (10)을 이용하여 온도의 함수로 표시하면, 모든 지배방정식과 경계조건은 상사 유선함수(f)와 무차원 온도(T, T_m, T_s)의 방정식으로 표현된다. 상사변환에 사용된 상사변수들은 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{r^2}{4x}, \quad \psi = 2x f(\lambda), \quad (14)$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad T = T(\lambda)$$

위의 상사변수들을 2.2절에서 유도된 지배방정식과 경계조건 (1)~(9)에 대입하면 다음의 상사변환된 방정식과 경계조건을 얻는다.

• 액상 영역

$$\lambda f'''' + f'' + ff'' = 0 \quad (15)$$

$$\lambda T'' + T' + Pr f T' = 0 \quad (16)$$

$$f'(\infty) = \frac{U_\infty}{U_s}, \quad f'(\lambda_2) = 1, \quad f(\lambda_2) = \lambda_2 T(\infty) = 0, \quad (17)$$

$$T(\lambda_2) - \Theta = T_m(\lambda_2) = -R, \quad T'(\lambda_2) = T_m'(\lambda_2)$$

• 머시 영역

$$\left[(F-1) \frac{M}{T_m} + 1 \right] \lambda T_m''$$

$$- (F-1) \frac{M}{T_m^2} \lambda (T_m')^2 + \left[(F-1) \frac{M}{T_m} + 1 \right] T_m' \quad (18)$$

$$+ Pr A \left[\frac{GM}{T_m^2} + (B-1) \frac{M}{T_m} + 1 \right] \lambda T_m' = 0$$

$$\lambda = \lambda_1 : T_m = 1, \quad (19)$$

$$NT_s' + \left[(F-1) \frac{M}{T_m} + 1 \right] T_m' = - \text{Pr}AG \frac{M}{T_m}$$

• 고상 영역

$$\lambda T_s'' + (1 + \text{Pr}A\lambda) T_s' = 0 \quad (20)$$

$$T_s(\lambda_1) = 0, \lim_{\lambda \rightarrow 0} \lambda T_s' = \frac{1}{4\pi} \quad (21)$$

상사변환으로 얻어진 상미분 방정식과 경계조건은 동시에 해석되어야 하지만 방정식 자체의 비선형성 때문에 해석적인 방법으로 풀 수 없다. 따라서 반복적인 수치적 해법이 요구된다.

2.4 해석

상사변환에 의해 얻어진 상미분 방정식의 해석에는 방정식의 비선형성으로 인하여 수치적인 계산절차가 요구된다. 그러나 고상영역의 지배방정식(20)의 경우 해석해가 존재하며, 다음과 같은 지수적분(exponential integral) 형태의 해석적인 온도분포를 얻을 수 있다. 경계조건을 만족시키도록 적분상수를 결정하면 (22)의 온도분포를 얻을 수 있다.

$$T_s(\lambda) = \frac{1}{4\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda} \frac{e^{-\text{Pr}Az}}{z} dz \quad (22)$$

이렇게 해석적으로 얻어진 온도분포로부터 고상-머시 상경계에서의 열유속을 (22)의 미분으로 구할 수 있다.

$$T_s'(\lambda_1) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-\text{Pr}A\lambda_1}}{\lambda_1} \quad (23)$$

이렇게 얻어진 열유속은 (19)의 고상-머시 상경계에서의 경계조건에서 사용될 것이다.

실제 수치적 계산절차는 주어진 공정조건에 대응하는 무차원수를 결정하는 것으로 시작된다. 그후 액상과 머시 영역의 순서로 수치 적분이 수행되고, 마지막으로 고상-머시 상경계에서의 경계조건(19)의 만족을 확인하면 끝난다.

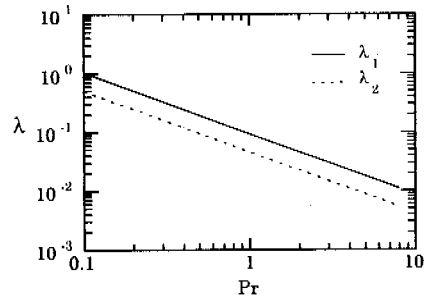
액상영역의 적분은 우선 액상-머시 상경계의 위치(λ_2)를 추정하고, 이 추정된 상경계의 위치를 기준으로 운동량 보존과 에너지 보존식을 적분하는 방식으로 진행된다. 운동량과 에너지 보존식(14~15)의 해석에는 shooting 방법이 사용되며, 이때 해석순서는 운동량 보존, 에너지 보존의 순서가 된다. 액상 영역의 해석이 완료되면 액상-머시 상경계(λ_2)에서의 열유속 조건(17)을 이용하여 머시 영역의 보존식을 적분하게 된다. 이때 적분 방향은 액상 경계에서 고상 경계로 진행되는 방향이며, 머시의 온도가 공융온도($T_m = 1$)가 되는 위치가 고상-머시 상경계의 위치(λ_1)로 결정한다. 머시 영역의 해석이 끝나면 마지막으로 고상-머시 상경계(λ_1)에서 (19)로 표현되는 열유속의 불연속 조건이 만족되는지 확인한다. 이때 차이가 지정된 오차의 범위 내로 들어오면 수치계산은 종료되며 그렇지 않을 경우 액상-머시 상경계(λ_2)의 위치를 조절하여 위의 과정을 반복한다.

적분계산은 4차의 Runge-Kutta 방법으로 수행되

었으며 오차 한계는 10^{-5} 로 설정되었다. 실제 계산 프로그램은 무차원수의 설정 이후에는 자동으로 상경계를 조절하면서 해를 구하도록 만들어졌다. 해석에 사용된 적분구간의 크기는 상경계의 크기와 물성에 따라 조절되었으며, 액상 영역의 경우 적분구간의 크기는 0.005를 넘지 않도록 하였다. 또 머시 영역의 적분에는 액상 영역에서 사용된 것보다 매우 작은 적분구간이 사용되었다.

3. 결과 및 토의

해석결과에서 주된 관심사는 액상-머시 및 고상-머시 상경계의 위치이다. 이 상경계의 위치(λ_1, λ_2)는 코팅 두께의 의미보다는 성장물이라는 관점에서 이해되어야 하는데, 그 이유는 상사변환의 결과로 상경계의 위치(λ)에 축방향의 좌표가 결합되었기 때문이다. 따라서 상사두께(λ)가 크다는 것은, 코팅의 두께가 크다는 의미보다는 냉각코팅의 성장이 빠르다는 의미로 이해되어야 한다. 이제부터 냉각코팅의 성장물에 대한 각각의 무차원수의 영향을 살펴보자.

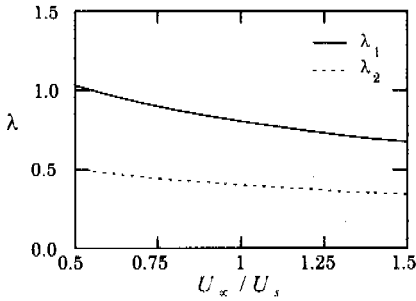


$$A = B = F = G = 1, M = -R = 0.5, N = 10, \quad \Theta = 1, U_{\infty}/U_s = 0.5$$

Fig. 3 The effect of Prandtl number

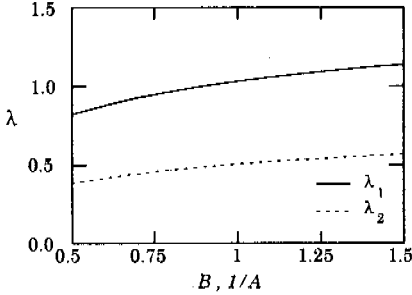
Fig.3에 Prandtl 수의 변화에 따른 상사두께의 변화를 나타내었다. Prandtl 수는 액상에서의 열확산 계수 대 운동량 확산 계수의 상대적인 크기를 나타내는 무차원수로 물성에 의해 결정되는 값이다. 즉, Prandtl 수가 작은 물질이 열확산이 운동량 확산에 비해 상대적으로 빠르다. 해석결과, Prandtl 수가 증가함에 따라 코팅의 상사두께는 고상-머시와 액상-머시 상경계가 모두 급격히 감소하는 경향을 관찰할 수 있었다. 이것은 Prandtl 수가 작은 물질의 경우에 열확산이 상대적으로 빠르므로, 상변화에 필요한 열이 효과적으로 전달되기 때문에 생기는 현상이다. 또한, 머시 영역의 크기($\lambda_2 - \lambda_1$)도 Prandtl 수가 커짐에 따라 급격히 줄어드는 경향을 보인다. 주목할 것은 두 상경계의 크기의 비(λ_1/λ_2)가 거의 일정한 점인데 이것은 물성에 관련된 다른 무차원수가 모두 1로 고정되었기 때문에 나타나는 결과이다.

Fig.4는 용융물과 물체의 속도비가 상사두께에 미치는 영향을 보여주고 있다. 결과는 U_{∞}/U_s 가 커질수록 상사두께는 약간 작아지는 경향을 보이는데, 이것은 용융물의 속도(U_{∞})가 커지면 고온의 용융물이 빠르게 공급되어 응고를 지연시키는 것으로 설명될 수 있다.



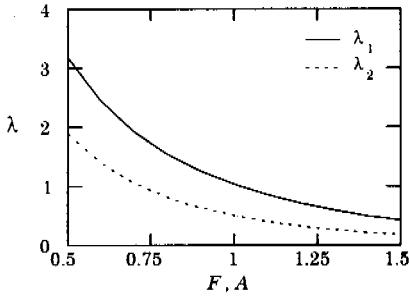
$Pr=0.1, A=B=F=G=1, M=-R=0.5,$
 $N=10, \theta=1$

Fig. 4 The effect of relative velocity



$Pr=0.1, F=G=1, M=-R=0.5,$
 $N=10, \theta=1, U_\infty/U_s=0.5$

Fig. 5 The effect of parameter B and A



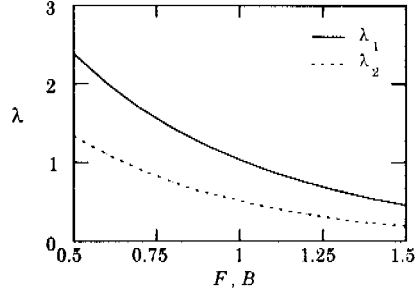
$Pr=0.1, B=G=1, M=-R=0.5,$
 $N=10, \theta=1, U_\infty/U_s=0.5$

Fig. 6 The effect of parameter F and A

Fig. 5는 무차원수 B 의 영향을 보여주고 있다. 무차원수 B 는 액상과 고상에서의 열용량의 비를 나타내는 척도로, B 가 큰 물질의 경우 액상의 열용량이 고상에 비해 상대적으로 크다. 무차원수의 정의(13)를 살펴보면, 무차원수 B 와 A , F 는 서로 독립적으로 결정될 수 없으며 $A=F/B$ 의 관계를 가져야 함을 알 수 있다. 여기서 F 와 A 는 각각 액상 대 고상의 열전도도의 비와 열확산의 비를 나타내는 무차원수이다. 따라서, Fig.5에서 보인 해석결과는 무차원수 F 가 1로 고정하고 무차원수 A 와 B 의 값이 동시에 변화시킬 때의 결과이다. 마찬가지로 Fig.6의 결과도 무차원수 B 를 1로 고정시키고 무차원수 A 와 F 를 변화시켜 얻은 결과로 이해되어야 한다.

Fig.5와 Fig.6의 결과에서 무차원수 A 가 증가할

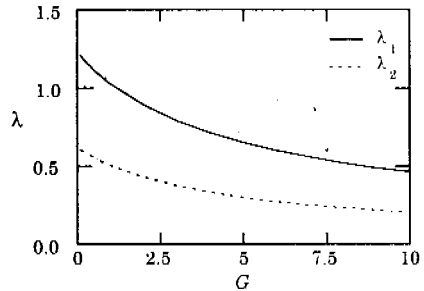
수록 코팅의 상사두께가 감소하는 경향을 관찰할 수 있다. A 가 크다는 것은 액상에서의 열확산이 상대적으로 더 빠르다는 것을 의미한다. 따라서 무차원수 A 가 큰 경우, 액상으로부터 상경계로의 열유입이 고상으로의 빠져나가는 열손실보다 상대적으로 빠르게 되고, 이러한 이유로 응고에 의한 코팅의 성장이 느려지게 되는 것이다. Fig.5와 Fig.6의 결과를 비교하면, 코팅의 성장률은 무차원수 B 보다 F 의 변화에 더 민감하며, 상경계의 크기비(λ_1/λ_2)도 무차원수 F 의 영향을 크게 받음을 알 수 있다.



$Pr=0.1, A=G=1, M=-R=0.5,$
 $N=10, \theta=1, U_\infty/U_s=0.5$

Fig. 7 The effect of parameter F and B

Fig.7은 무차원수 A 를 1로 고정시키고 B 와 F 를 변화시키면서 해석한 결과이다. 이 해석은 열확산 계수가 동일하고 열전도도와 열용량의 비가 변하는 상황에 대응한다. 상경계의 위치 또는 성장률은 열용량에 비해 열전도도에 더 민감하므로 동일한 열확산 계수에 대하여 Fig.6의 결과와 비슷한 경향을 가지게 된다.



$Pr=0.1, A=B=F=1, M=-R=0.5,$
 $N=10, \theta=1, U_\infty/U_s=0.5$

Fig. 8 The effect of parameter G

Fig.8은 상변화에서의 현열 대 잠열의 비가 코팅의 성장에 미치는 영향을 보여준다. 상변화시의 현열 대 잠열의 비는 무차원수 G 로 나타나게 되는데, 정의로부터 G 가 큰 물질일수록 잠열이 크다. 해석결과 잠열이 커질수록 코팅의 상사두께가 작아지는 결과를 얻었다.

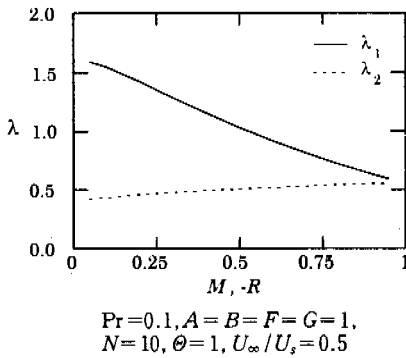


Fig. 9 The effect of parameter M and R

Fig.9에 무차원수 M 의 영향을 나타내었다. 무차원수 M 은 Fig.2의 상평형도에서 액상선의 무차원 기울기를 나타내는 값으로, 온도 조건에 사용된 무차원수 R 과 $M=-R$ 의 관계를 가진다. 무차원수 M 이 1에 접근할수록 혼합물의 농도는 공용 농도에 접근하며, 따라서 머시 영역이 사라지게 된다. 또, 고상-머시 상경계 (λ_1)의 위치가 약간 커짐을 관찰할 수 있다.

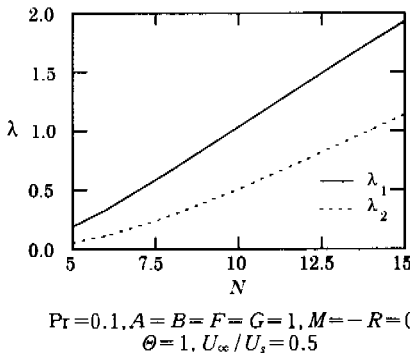


Fig. 10 The effect of parameter N

Fig.10은 무차원수 N 의 영향을 보여주고 있다. 무차원수 N 은 열싱크의 강도를 나타내는 척도로, N 이 클수록 물체 표면에서의 열유속이 커진다. 따라서 무차원수 N 이 커지면 열전달량이 증가하게 되고 코팅의 상사두께가 커진다. 또한, 이 경우 열싱크의 온도가 더욱 낮아져 머시 영역의 크기가 작아지게 된다.

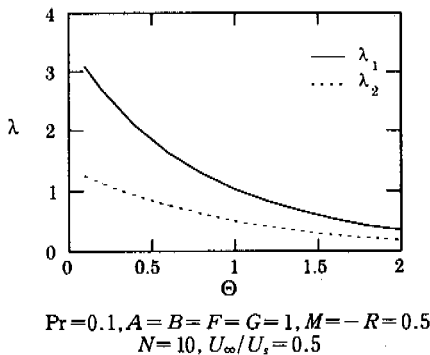


Fig. 11 The effect of parameter Θ

마지막으로 액상의 과열의 영향을 해석하였는데 용융물의 과열은 무차원수 Θ 의 크기로 표현된다. 액상의 과열이 큰 경우 응고가 일어나기 위해서는 우선적으로 더 많은 현열이 소모되어야 한다. 따라서 무차원수 Θ 가 커질수록 코팅의 두께는 급격히 감소하는 경향을 예상할 수 있으며, Fig.11의 결과에서 확인할 수 있다.

4. 결론

코팅된 물체를 열싱크로 모델링하여 원통 형상의 물체에 대한 이성분 합금의 냉각코팅의 해석해를 얻었다. 액상과 고상, 머시 영역의 보존식과 경계조건은 무차원화와 상사변환을 통하여 상미분 방정식의 형태로 변환되었으며, 얻어진 상미분 방정식은 수치적분을 통하여 해석되었다. 공정조건과 관련된 여러 무차원수를 변화시키면서 해석을 수행하였으며, 공정조건과 물성이 냉각코팅의 성장률에 미치는 영향을 확인하였다. 해석결과, Pr 수가 작을수록, 용융물의 속도가 작을수록, 액상의 열확산이 작을수록, 잠열이 작을수록, 열싱크의 강도가 커질수록, 용융물의 과열이 작을수록, 코팅의 성장률이 커지는 경향을 얻었다. 또한 액상의 농도가 공용 농도에 접근할수록 머시 영역의 크기가 작아지는 경향도 확인하였다.

참고문헌

- (1) Kuiken, H. K., 1977. "Solidification of a Liquid on a Moving Sheet." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 309~314.
- (2) Levy, H. L. R. M., Lockyer, A. J. and Arridge, R. G. C., 1978. "The Coating of Fibres," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 435~443.
- (3) Seeniraj, R. V. and Bose, T. K., 1981. "Freeze-Coating on a Continuous Moving Sheet and on an Axially Moving Cylinder." *Warme Stoffubertrag.*, Vol. 15, pp. 239~243.
- (4) Cheung, F. B., 1985. "Analysis of Freeze Coating on a Nonisothermal Moving Plate by a Perturbation Method." *J. Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 549~556.
- (5) Cheung, F. B. and Cha, S. W., 1987. "Finite-Difference Analysis of Growth and Decay of a Freeze Coat on a Continuous Moving Cylinder." *Numer. Heat Transfer*, Vol. 12, pp. 41~56.
- (6) Poulikakos, D., 1988. "Growth of a Solid from a Line Heat Sink in a Binary Alloy." *Numer. Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 113~126.
- (7) Stevens, R. and Poulikakos, D., 1991. "Freeze Coating of a Moving Substrate with a Binary Alloy." *Numer. Heat Transfer*, Vol. 20, pp. 409~432.
- (8) Rezaian, A. and Poulikakos, D., 1991. "Heat and Fluid Flow Processes during the Coating of a Moving Surface." *AIAA J. Thermophys.*, Vol. 5, pp. 192~198.
- (9) Worster, M. G., 1986. "Solidification of an Alloy from a cooled boundary." *J. Fluid Mech.*, Vol. 167, pp. 481~501.